


Alessandro Peverelli CL VSB



LA MATEMATICA
E' UN OPINIONE!

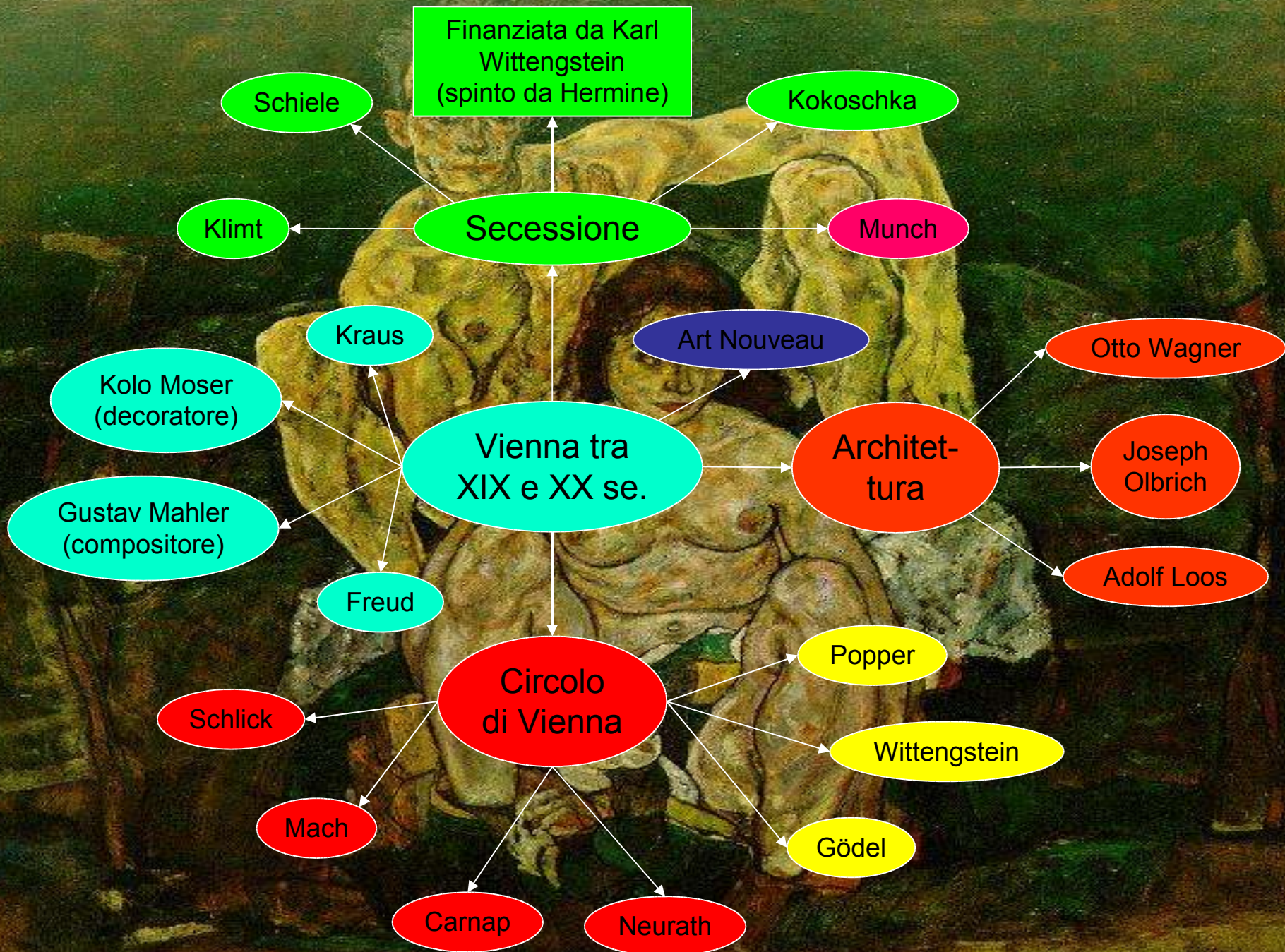
A detailed LEGO city model built on a white baseplate. The model features several interconnected buildings with yellow and grey walls. Some buildings have blue roofs, while others have yellow roofs. A central tower with a blue conical roof stands out. Numerous black minifigures are scattered across the rooftops and streets, giving a sense of a populated city. The overall design is intricate, with many small details and a mix of colors.

Gli esseri umani hanno sempre aspirato alla conoscenza certa, quella che resiste al passare dei millenni.

John L. Casti

The background of the slide is a reproduction of Gustav Klimt's painting 'The Kiss'. The painting depicts a man and a woman embracing in a golden, ornate setting. The man is on the left, wearing a patterned yellow and black robe, and the woman is on the right, wearing a yellow and black patterned dress with a floral pattern. The background is a golden, textured surface with various patterns and colors. The text is overlaid on the painting in a bright cyan color.

**A Vienna le strade sono lastricate
con la cultura. Nelle altre città
sono lastricate con l'asfalto**
Karl Kraus





La formazione

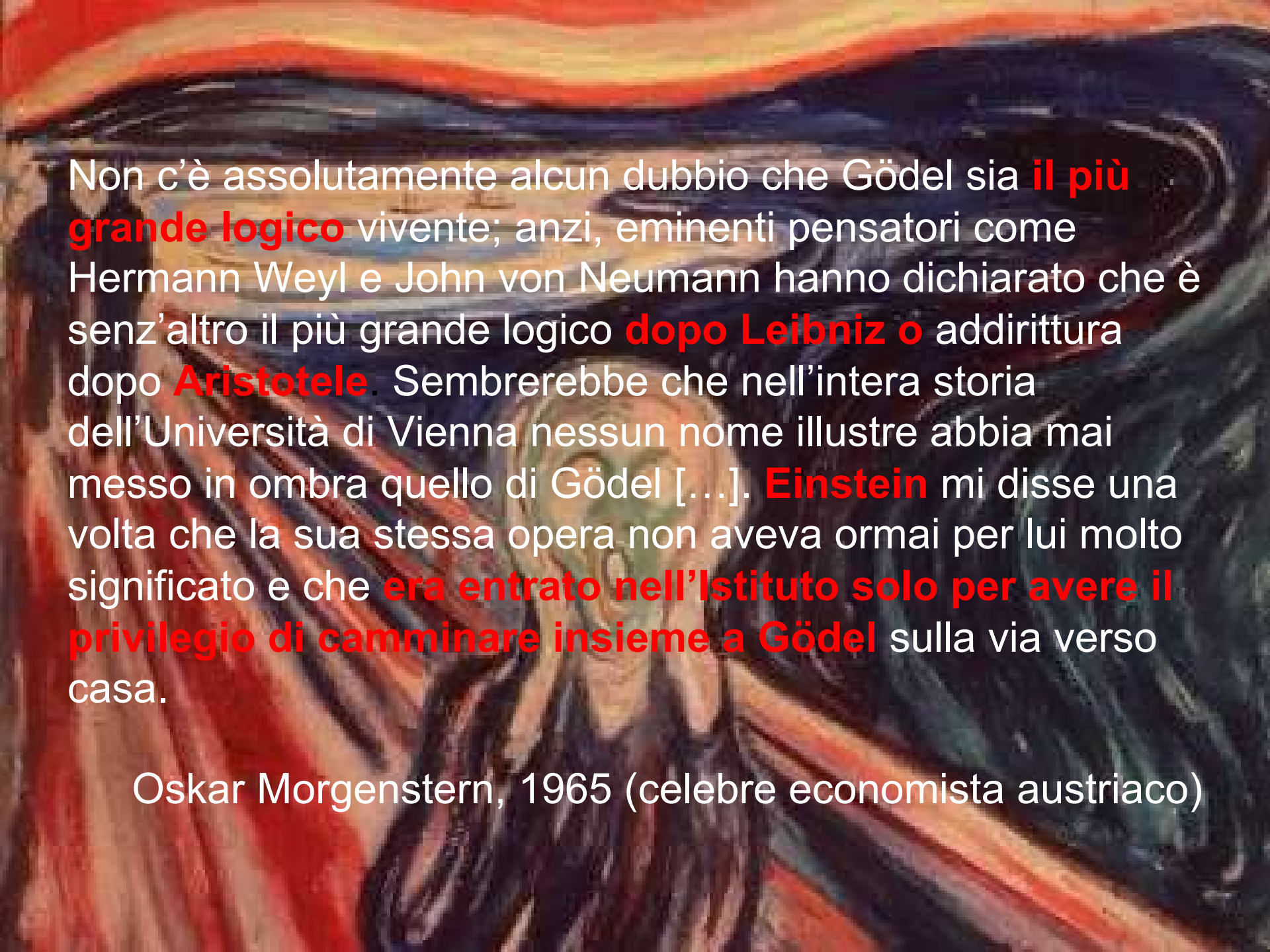
- 1906 Kurt Friedrich Gödel nasce a Brünn (l'odierna Brno), in Moravia, da Rudolf August Gödel e Marianne Handschuh.
- 1916 Viene iscritto al Deutsches Staats-Gymnasium: per tutto il corso si distingue riportando il **massimo dei voti** in tutte le materie.
- 1924 Si iscrive **all'Università** di Vienna, **inizialmente** con l'intento di laurearsi in **fisica**.
- 1926 Inizia a frequentare il **Circolo di Vienna**, fondato da **Moritz Schlick**; i suoi interessi si spostano sempre più verso la **matematica** e la **logica**.
- 1928 Conosce **Adele Porkert**. **Hilbert e Ackermann** enunciano il **problema della completezza** per il calcolo logico del primo ordine.
- 1929 In febbraio, muore il padre. In giugno Kurt prende la cittadinanza austriaca. Presenta ad Hahn e a Furtwängler la dissertazione, in cui dimostra la completezza per il calcolo logico del primo ordine. Frequenta i colloqui matematici organizzati da K. Menger

La carriera

- 1930 Si laurea il 6 febbraio. Il 7 settembre, a un convegno a Königsberg, fa la prima comunicazione sulle **proposizioni formalmente indecidibili** della matematica.
- 1931 Viene pubblicato la sua dissertazione per il dottorato *Sulle proposizioni formalmente indecidibili dei Principia mathematica e dei sistemi affini*.
- 1932 Ottiene l'abilitazione e, poco dopo, la nomina a Privatdozent (libera docenza).
- 1933 Su invito di John von Neumann e Oswald Veblen si reca all'Institute for Advanced Study (IAS) di **Princeton**
- 1934 In luglio muore Hahn; Gödel, da poco tornato dall'America, viene ricoverato al Purkersdorf Sanatorium, vicino a Vienna, per **depressione**
- 1935 Tiene il suo primo corso all'Università di Vienna. In settembre torna a Princeton, e confida a von Neumann di aver dimostrato la coerenza relativa dell'assioma di scelta. In novembre, colpito da depressione, torna precipitosamente a Vienna.
- 1936 Trascorre l'inverno e la primavera presso una casa di cura. Il 22 giugno viene **assassinato Moritz Schlick**.

L'emigrazione

- 1938 In marzo l'Austria viene annessa al Reich tedesco. Il 20 settembre Kurt sposa Adele e il 6 ottobre riparte per gli Stati Uniti. Allo IAS illustra i suoi risultati sulla coerenza relativa dell'ipotesi del continuo e dell'assioma di scelta.
- 1939 Mentre è negli Stati Uniti, è privato della libera docenza in seguito alle norme introdotte dopo l'Anschluss. Tornato in Austria, scopre di essere stato dichiarato abile per il servizio militare sedentario.
- 1940 Partiti da Vienna, dopo un mese e mezzo di viaggio via Berlino, Mosca, Vladivostok, Yokohama e San Francisco, Kurt e Adele giungono infine a Princeton.
- 1948 Ottiene la **cittadinanza americana**; gli fanno da **testimoni Albert Einstein e Oskar Morgenstern**.
- 1949 Prima pubblicazione di alcuni risultati di Gödel sulla teoria della relatività
- 1953 Viene finalmente nominato professore allo IAS. Al conferimento dell'incarico si erano in precedenza opposti alcuni colleghi, dubbiosi circa il suo stato mentale.
- 1978 Muore il 14 gennaio per **malnutrizione**. Dal luglio precedente, quando Adele era stata ricoverata per un intervento, pare che avesse quasi smesso di nutrirsi.



Non c'è assolutamente alcun dubbio che Gödel sia **il più grande logico** vivente; anzi, eminenti pensatori come Hermann Weyl e John von Neumann hanno dichiarato che è senz'altro il più grande logico **dopo Leibniz o addirittura dopo Aristotele**. Sembrerebbe che nell'intera storia dell'Università di Vienna nessun nome illustre abbia mai messo in ombra quello di Gödel [...]. **Einstein** mi disse una volta che la sua stessa opera non aveva ormai per lui molto significato e che **era entrato nell'Istituto solo per avere il privilegio di camminare insieme a Gödel** sulla via verso casa.

Oskar Morgenstern, 1965 (celebre economista austriaco)

Il paradosso del mentitore

Epimenide di Creta

Eubulide di Mileto

Aristotele

Paolo di Tarso

Lucio Apuleio

Aulo Gellio

Diogene Laerzio

Tommaso d'Aquino

Buridano Giovanni (Jean Buridan)

Cervantes

Bertrand Russell

Kurt Grelling

Philip Jourdain

Kurt Godel

Ferdinand Gonseth

Alfred Tarski

Haskell Curry

John Austin

Peter Frederick Strawson

Willard Quine

Gregory Bateson

Saul Kripke

Hans Freudenthal

Raymond Smullyan

A classical painting depicting Epimenides in a cave. He is shown lying on the ground, surrounded by various objects like a bowl and a staff. The scene is set in a dark, cavernous space with a large opening in the background. The painting is framed by a wooden border.

Epimenide disse:

“I cretesi sono bugiardi”

≠ da

Il **cretese** Epimenide disse:

“**Tutti** i cretesi sono mentitori”

Oppure

“**Tutti** i cretesi dicono **sempre** il falso”

Epimenide di Creta VI sec a.C.



“Sei un mentitore?”

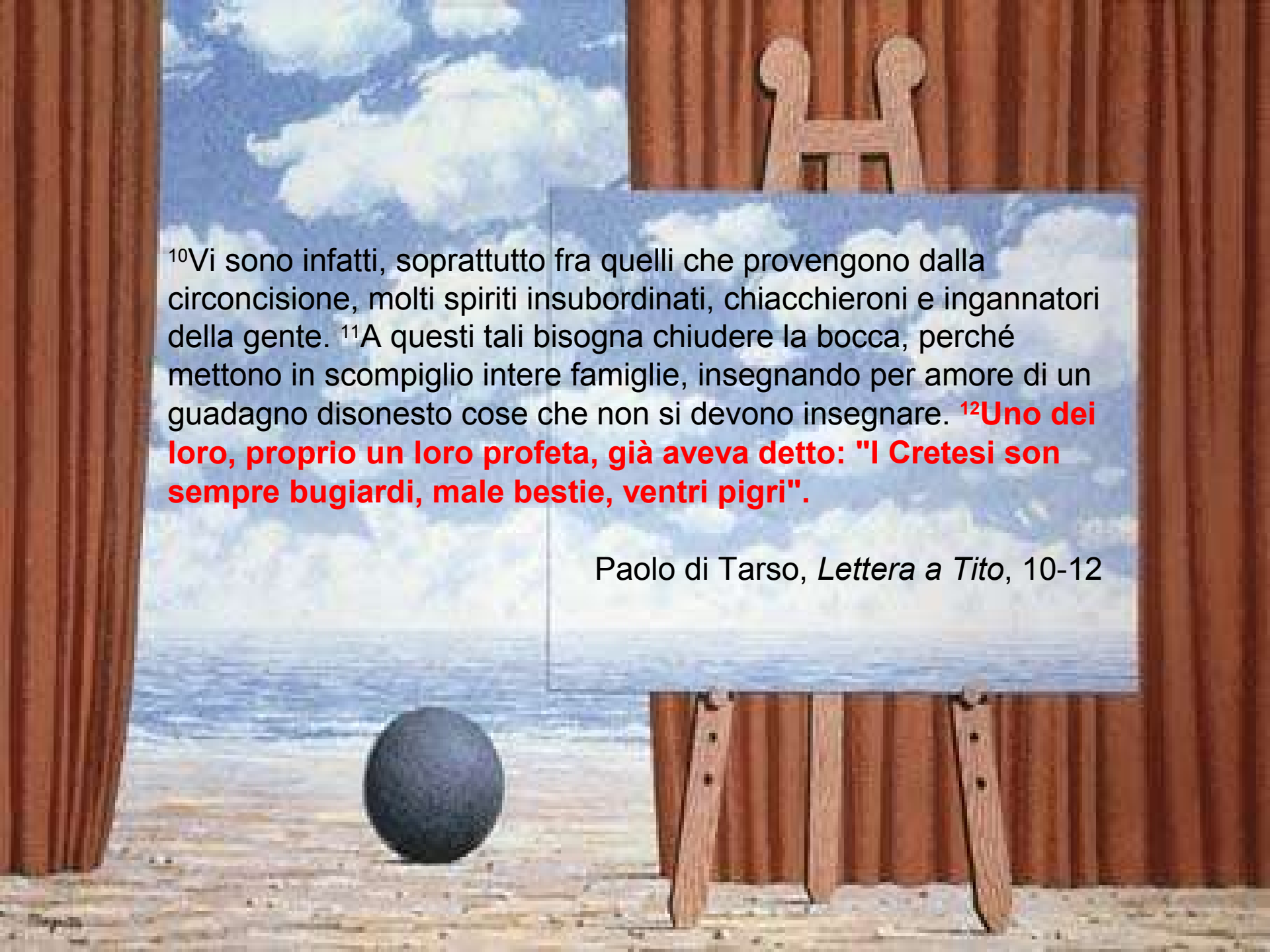
“Menti quando dici di mentire?”

Ebulide di Mileto, IV sec a.C.

Hanno questo «carattere» tutti i discorsi siffatti: «è forse possibile che il non-essere sia? Ma in realtà, non essendo, è qualcosa». E similmente anche l'essere non sarà: infatti non sarà alcuna delle cose che sono. «**Non è forse possibile che la medesima persona nello stesso tempo giuri lealmente e spergiuri?**», «non forse possibile che la medesima persona nello stesso tempo obbedisca e non obbedisca alla medesima persona?» Oppure, né l'essere alcunché e l'essere sono la stessa cosa (ché il non-essente, se è qualcosa, non «per questo» è anche in senso assoluto), né, se si giurerà lealmente questa cosa o per quest'aspetto, è necessario anche che si giuri lealmente «in assoluto» (infatti chi ha giurato lealmente che spergiurerà, spergiurando giura lealmente soltanto questo, ma non giura lealmente «in assoluto»); né chi disobbedisce obbedisce, ma obbedisce «soltanto» in qualcosa.

E' simile anche il discorso concernente la circostanza che la medesima persona al tempo stesso dice il falso e dice il vero, ma per il fatto che non è facile a vedersi quale delle due cose uno potrebbe attribuirgli, il dire il vero in senso assoluto o il dire il falso «in senso assoluto», sembra difficile a risolversi. **Nulla però impedisce che il discorso sia falso in senso assoluto e vero per un certo aspetto o di qualcosa, vale a dire: che sia vero per certe cose, ma che non sia vero in sé.**

Aristotele, Confutazioni Sofistiche, in *Organon*, XXV, 180b2

A wooden sign on a stand is the central focus. The sign has a background image of a beach with a blue sky and white clouds. The text on the sign is in black and red. The sign is supported by four wooden legs. In the background, there is a wooden structure with a decorative top. A large, dark, oval-shaped object is on the ground in the foreground.

¹⁰Vi sono infatti, soprattutto fra quelli che provengono dalla circoncisione, molti spiriti insubordinati, chiacchieroni e ingannatori della gente. ¹¹A questi tali bisogna chiudere la bocca, perché mettono in scompiglio intere famiglie, insegnando per amore di un guadagno disonesto cose che non si devono insegnare. ¹²**Uno dei loro, proprio un loro profeta, già aveva detto: "I Cretesi son sempre bugiardi, male bestie, ventri pigri".**

Paolo di Tarso, *Lettera a Tito*, 10-12

...Video quid postuletis: utramque narrabo. **Protagora**, qui sophista fuit longe multiscius et cum primis rhetoricae repertoribus perfacundus, Democriti physici civis aequaevus - inde ei suppeditata doctrina est -, eum **Protagoran** aiunt cum suo sibi discipulo **Evathlo** mercedem nimis uberem condicione temeraria pepigisse, uti sibi tum demum id argenti daret, si primo tirocinio agendi penes iudices vicisset. Igitur **Evathlus** postquam cuncta illa exorabula iudicantium et decipula adversantium et artificia dicentium versutus alioqui et ingeniatus ad astutiam facile perdidicit, contentus scire quod concupierat, coepit nolle quod pepigerat, sed callide nectendis moris frustrari magistrum diutuleque nec agere velle nec reddere, usque dum **Protagoras** eum ad iudices provocavit, expositaque condicione, qua docendum receperat, anceps argumentum ambifariam proposuit. "Nam sive ego vicerem", inquit, "solvere mercedem debebis ut condemnatus, seu tu viceris, nihilo minus reddere debebis ut pactus, quippe qui hanc causam primam penes iudices viceris. Ita, si vincis, in condicionem incidisti; si vinceris, in damnationem." Quid quaeris? ratio conclusa iudicibus acriter et invincibiliter videbatur. Enimvero **Evathlus**, utpote tanti veteratoris perfectissimus discipulus, biceps illud argumentum retorsit. Nam "si ita est", inquit, "neutro modo quod petis debeo. Aut enim vinco et iudicio dimittor, aut vincor et pacto absolvor, ex quo non debeo mercedem, si hanc primam causam fuero penes iudices victus. Ita me omni modo liberat, si vincor, condicio, si vinco, sententia." Nonne vobis videntur haec sophistarum argumenta obversa invicem vice spinarum, quas ventus convolverit, inter se cohaerere, paribus utrimque aculeis, simili penetratione, mutuo vulnere?...



Gli scrittori di retorica

Fiorirono, con lui **[Empedocle]**, (nello stesso periodo) Trasimaco di Calcedonia e Prodico di Geo, e **Protagora di Abdera che, si dice, insegnò per diecimila denari la retorica ad Euatlo**, e Ippia di Elide, e Alcidamo di Elea, che Platone chiama Palamede.

Quntiliano, Marco Fabio, *Istituzione Oratoria* III – 1, 10

X. *De argumentis, quae Graece antistrephonta appellantur, a nobis "reciproca" dici possunt.* 1 Inter vitia argumentorum longe maximum esse vitium videtur, quae antistrephonta Graeci dicunt. 2 Ea quidam e nostris non hercle nimis absurde "reciproca" appellaverunt. 3 Id autem vitium accidit hoc modo, cum argumentum propositum referri contra convertique in eum potest, a quo dictum est, et utrimque pariter valet; quale est pervulgatum illud, quo **Protagoram**, sophistarum acerrimum, usum esse ferunt adversus **Evathlum**, discipulum suum. 4 Lis namque inter eos et controversia super pacta mercede haec fuit. 5 **Evathlus**, adulescens dives, eloquentiae discendae causarumque orandi cupiens fuit. 6 Is in disciplinam Protagorae sese dedit daturumque promisit mercedem grandem pecuniam, quantam **Protagoras** petiverat, dimidiumque eius dedit iam tunc statim, priusquam disceret, pepigitque, ut relicum dimidium daret, quo primo die causam apud iudices orasset et vicisset. 7 Postea cum diutule auditor adsectatorque **Protagorae** fuisset et in studio quidem facundiae abunde promovisset, causas tamen non reciperet tempusque iam longum transcurreret et facere id videretur, ne relicum mercedis daret, capit consilium Protagoras, ut tum existimabat, astutum: 8 petere institit ex pacto mercedem, litem cum **Evathlo** contestatur. 9 Et cum ad iudices coniciendae consistendaeque causae gratia venissent, tum **Protagoras** sic exorsus est: "Disce," inquit "stultissime adulescens, utroque id modo fore, uti reddas, quod peto, sive contra te pronuntiatum erit sive pro te. 10 Nam si contra te lis data erit, merces mihi ex sententia tua debebitur, quia ego vicero; sin vero secundum te iudicatum erit, merces mihi ex pacto debebitur, quia tu viceris." 11 Ad ea respondit **Evathlus**: "Potui" inquit "huic tuae tam ancipiti captioni isse obviam, si verba non ipse facerem atque alio patrono uterer. 12 Sed maius mihi in ista victoria prolubium est, cum te non in causa tantum, sed in argumento quoque isto vinco. 13 Disce igitur tu quoque, magister sapientissime, utroque modo fore, uti non reddam, quod petis, sive contra me pronuntiatum fuerit sive pro me. 14 Nam si iudices pro causa mea senserint, nihil tibi ex sententia debebitur, quia ego vicero; sin contra me pronuntiaverint, nihil tibi ex pacto debebo, quia non vicero." 15 Tum iudices dubiosum hoc inexplicabileque esse, quod utrimque dicebatur, rati, ne sententia sua, utramcumque in partem dicta esset, ipsa sese rescinderet, rem iniudicatam reliquerunt causamque in diem longissimam distulerunt. 16 Sic ab adulescente discipulo magister eloquentiae inclutus suo sibi argumento confutatus est et captionis versute excogitatae frustratus fuit.

Dalla scuola di Euclide discende anche **Ebulide di Mileto**, il quale svolse in forma di domanda molti argomenti dialettici, **Il mentitore**, *Colui che cerca di sfuggire*, *Elettra*, *L'argomento velato*, *Il sorite*, *L'argomento cornuto*, *L'argomento calvo*.

Uno dei poeti comici così dice di lui:

Ebulide l'Eristico, che poneva sofismi cornuti e confondeva gli oratori con argomenti falsi e pomposi, se ne andò col volgare e inutile cicaleccio di Demostene.

Diogene Laerzio, *Vite dei filosofi illustri*, 2, X, 108


Lo stesso Momo scrisse sulle pareti: « **Crono** è sapiente ».

Anche costui fu un dialettico e, **secondo** l'opinione di alcuni, **fu il primo a scoprire l'argomento velato e l'argomento cornuto**. Diodoro era alla corte di Tolemeo Soter quando Stilpone gli indirizzò alcuni argomenti dialettici; non sapendoli risolvere sull'istante, si ebbe il rimprovero del re e fra l'altro, per dilleggio, si ebbe il soprannome di Crono.

Diogene Laerzio, *Vite dei filosofi illustri*, 2, X, 111

Si narra che una volta egli **[Protagora]** chiese l'onorario al discepolo **Evatio** e che alla protesta di costui: « Ma non ho ancora vinto la causa », replicò: « Ma io devo ricevere in ogni caso l'onorario: **se vinco io, devo averlo perché ho vinto; se vinci tu, devo averlo, perché hai vinto tu** » .

Diogene Laerzio, *Vite dei filosofi illustri*, 9, VIII, 56

A surreal landscape with a blackboard on an easel, a flaming trumpet, and a large rock on a beach. The background shows a beach, ocean, and a cloudy sky. The blackboard is empty and has a wooden frame with a decorative top. The trumpet is silver and has a large, bright orange and yellow flame coming out of its bell. The rock is large and grey, with some texture. The overall scene is a mix of natural and artificial elements.

De fallacia secundum quid et simpliciter

[...]

Similiter hic: **mendax dicit verum dicendo se dicere falsum**. Ergo dicit verum. Non sequitur: nam dicere verum opponitur ei quod est dicere falsum, et e converso.

[...]

Sancti Thomae de Equino - *De fallaciis* - Caput 13



**Socrate afferma:
“Platone dice il falso”**

**Platone afferma:
“Socrate dice il vero”**

**Buridano Giovanni (Jean Buridan)
(1295 – 1358)**

Il primo ch'ebbe a lui ricorso fu un forestiere che, presenti il maggiordomo e tutti gli altri ministri, gli disse:

- Signore, un rapido fiume divideva due confini di un dominio medesimo (presti attenzione la signoria vostra, ch  il caso   di rilevanza e alquanto difficile), e sopra questo fiume eravi un ponte, e al capo del ponte un paio di forche, ed una tal casa di audienza o di giustizia in cui stavano di ordinario quattro giudici, che giudicavano sul fondamento della legge imposta dal padrone del fiume, del ponte e del dominio: e la legge era questa: «**Se alcuno vuole passare per questo ponte dall'una all'altra parte, deve prima dire e giurare dove e per quale oggetto egli passa; giurando il vero, sia lasciato passare, mentendo, sia impiccato sulle forche che stanno alzate, e ci  senza alcuna remissione.**» [...] Accadde una volta che ricevendo il giuramento dato da **un uomo**, egli **giur  che passava e andava a morire su quelle forche ch'erano ivi alzate**, e nulla pi  aggiunse. **Ponderarono i giudici questa cosa e dissero: se noi lasciamo passare liberamente questo uomo, egli avr  mentito nel suo giuramento, e noi conformemente alla legge dovremmo farlo impiccare: ma se noi lo impicchiamo, egli ha giurato che andava a morire su quelle forche, ed avendo giurato il vero, a senso della medesima legge dee restarsene libero.** Ora io domando alla signoria vostra, signor governatore, che debbano fare i giudici di questo uomo, standosene eglino tuttavia dubbiosi e sospesi?   loro noto l'acuto ed elevato intendimento di vossignoria, ed inviarono me a supplicarla da parte loro che dia il parer suo in s  intricato e problematico caso.»

Tosto rispose Sancio:

[...] **Dico dunque adesso, replic  Sancio, che quella parte di tal uomo che ha giurato la verit  la lascino passare, e l'altra che ha mentito la faccino tosto impiccare, e in questo modo sar  letteralmente adempita la condizione del passaggio.**

Da Cervantes, *Don Chisciotte*, Lib 2 cap 51

A 3D-rendered scene of a desk. In the center is a large, open book with a green and brown patterned cover. To the left is a potted aloe vera plant. To the right is a white bottle and a glass. Several pink lizards are scattered around the desk. The background shows a wooden desk surface with other books and papers.

LA SFIDA DI HILBERT

Dimostrare la completezza e la coerenza
dei *Principia Mathematica*

Un sistema è:

Completo → tutti gli enunciati veri sono
derivabili al suo interno

Coerente → non possono derivarsi al suo
interno enunciati contraddittori



L'IDEA DELLA RAPPRESENTAZIONE

- **Calcolo proposizionale** → realizza gli obiettivi della teoria Hilbertiana
- **Il programma di Hilbert** si può estendere a sistemi più ampi, coerenti e completi

Costante	Numero di Gödel	Significato
\sim	1	Non
\vee	2	Oppure
\supset	3	Se ... allora
\exists	4	Vi è un ...
$=$	5	Eguale a
0	6	Zero
s	7	L'immediato successore di
(8	Segno d'interpunzione
)	9	Segno d'interpunzione
,	10	Segno d'interpunzione

Variabile numerica	Numero di Gödel	Sostituzione
x	11	0
y	13	s0
z	17	y
Variabile proposizionale	Numero di Gödel	Sostituzione
p	11²	0 = 0
q	13²	($\exists x$)($x=sy$)
r	17²	$p \supset q$
Variabile predicativa	Numero di Gödel	Sostituzione
P	11³	Primo
Q	13³	Composto
R	17³	Maggiore di

Consideriamo la formula:

$(\exists x) (x = s y)$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
8 4 11 9 8 11 5 7 13 9

Vogliamo **codificarla con un solo numero**, per farlo conveniamo di associarle il prodotto dei primi dieci numeri primi in ordine di grandezza, ciascuno essendo elevato al numero di Gödel del corrispondente segno elementare

La formula diventa:

$$2^8 \times 3^4 \times 5^{11} \times 7^9 \times 11^8 \times 13^{11} \times 17^5 \times 19^7 \times 23^{13} \times 29^9$$

Dal numero si può ricostruire
l'espressione:

A $243\ 000\ 000$

B $64 \times 243 \times 15625$

C $2^6 \times 3^5 \times 5^6$

D $6 \quad 5 \quad 6$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $0 \quad = \quad 0$

E $0=0$

Numerazione di Gödel

Si sviluppa uno schema di codifica per tradurre qualunque formula logica e qualunque sequenza dimostrativa dei *Principia Mathematica* in un'asserzione intorno ai numeri naturali che ne è l'"immagine speculare".



Paradosso di Epimenide

Si sostituisce la nozione di "verità" con quella di "dimostrabilità", traducendo in tal modo il Paradosso di Epimenide nell'asserzione "Questa asserzione è indimostrabile".



Enunciato di Gödel

Si mostra che l'enunciato "Questa asserzione è indimostrabile" ha una controparte aritmetica, il suo enunciato di Gödel G , in ogni concepibile formalizzazione dell'aritmetica.

Incompletezza

Si dimostra che l'enunciato di Gödel G deve essere vero se il sistema formale è coerente.



Clausola anti-scappatoie

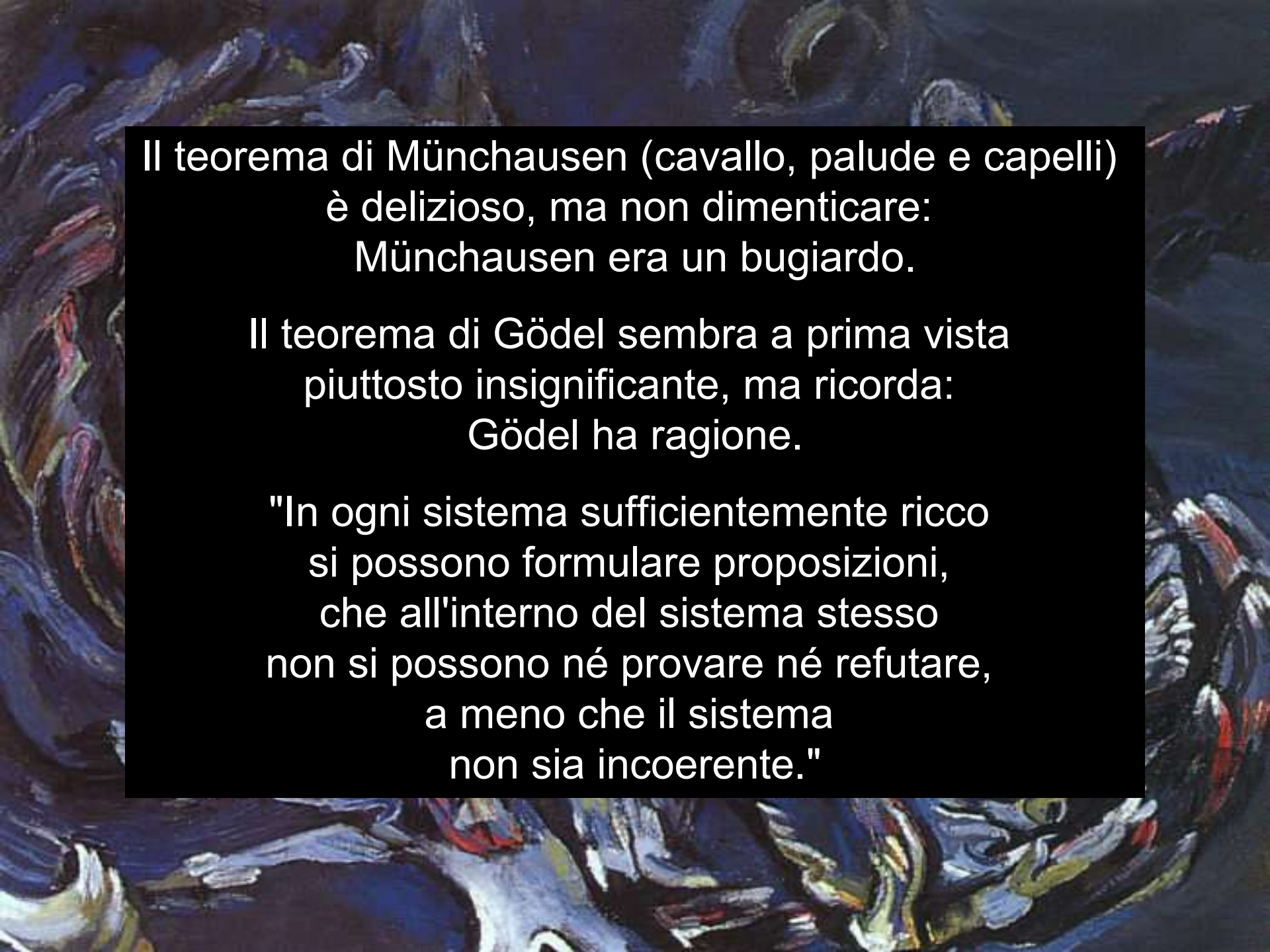
Si dimostra che, anche se si aggiungessero nuovi assiomi per formare un nuovo sistema in cui G è dimostrabile, il nuovo sistema con gli assiomi aggiuntivi avrebbe esso stesso il suo enunciato di Gödel indimostrabile.



Coerenza

Si costruisce un'asserzione aritmetica che dice "l'aritmetica è coerente". Si mostra poi che questa asserzione aritmetica non è dimostrabile, mostrando così anche che l'aritmetica, come sistema formale, è troppo debole per provare la propria coerenza.





Il teorema di Münchhausen (cavallo, palude e capelli)
è delizioso, ma non dimenticare:
Münchhausen era un bugiardo.

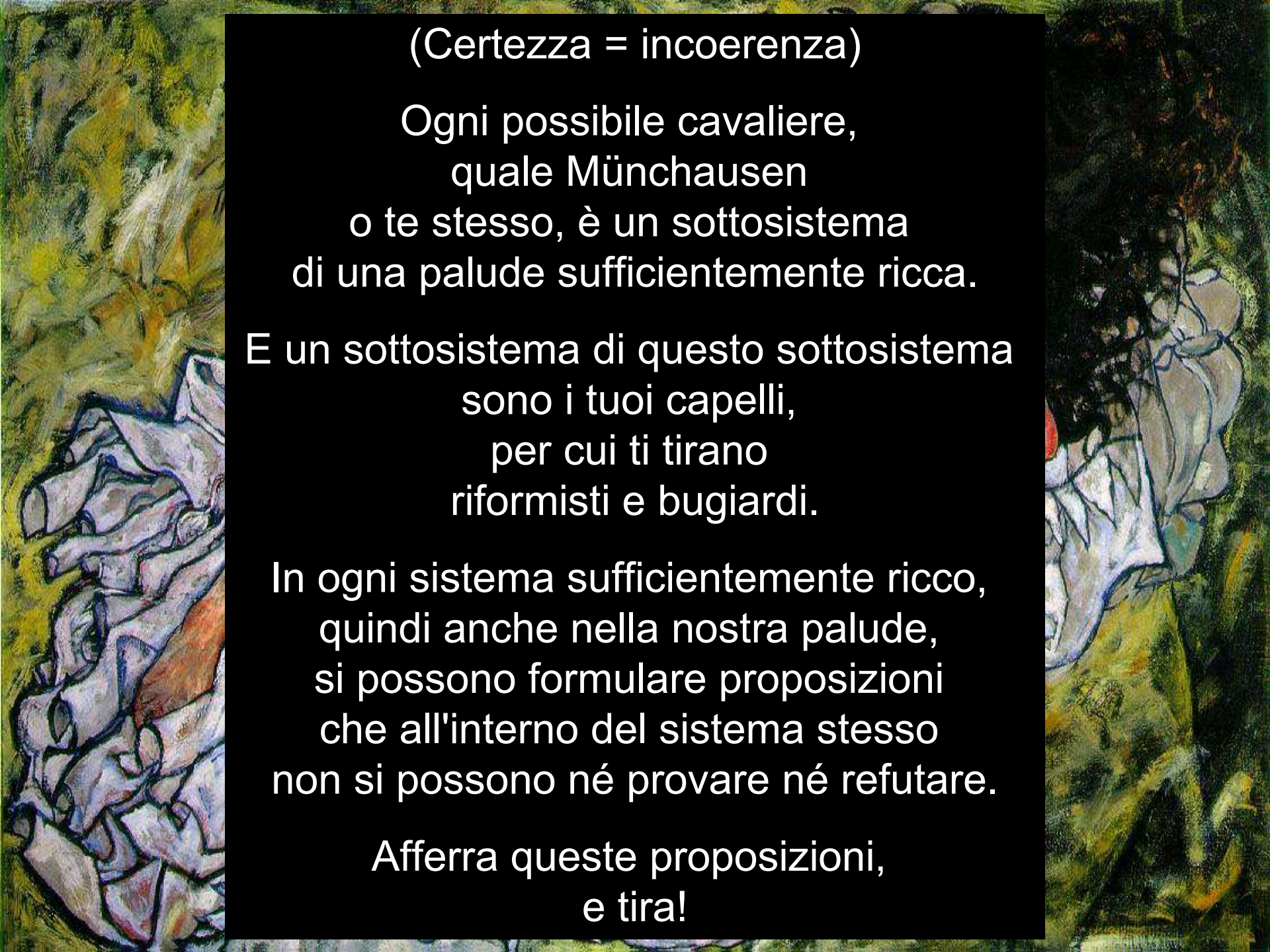
Il teorema di Gödel sembra a prima vista
piuttosto insignificante, ma ricorda:
Gödel ha ragione.

"In ogni sistema sufficientemente ricco
si possono formulare proposizioni,
che all'interno del sistema stesso
non si possono né provare né refutare,
a meno che il sistema
non sia incoerente."

Si può descrivere il linguaggio
nel linguaggio stesso:
in parte, ma non completamente.
Si può indagare il cervello
col cervello stesso:
in parte, ma non completamente.
E così via.

Per giustificare se stesso
ogni possibile sistema
deve trascendersi,
e quindi distruggersi.

Essere "sufficientemente ricco" o no:
la coerenza
è o un difetto
o una impossibilità.



(Certezza = incoerenza)

Ogni possibile cavaliere,
quale Münchhausen
o te stesso, è un sottosistema
di una palude sufficientemente ricca.

E un sottosistema di questo sottosistema
sono i tuoi capelli,
per cui ti tirano
riformisti e bugiardi.

In ogni sistema sufficientemente ricco,
quindi anche nella nostra palude,
si possono formulare proposizioni
che all'interno del sistema stesso
non si possono né provare né refutare.

Afferra queste proposizioni,
e tira!

Bibliografia

Apuleio, Lucio, *L'apologia o La magia – Florida*, a cura di Giuseppe Augello, “CLASSICI LATINI”, Torino, Utet, 1984, 561p., pp. 527-529 (Libro XVIII)

Aristotele, *Elenchi Sofistici*, trad. di Emilia Nobile, “Piccola Biblioteca Filosofica”, Bari, Gius. Laterza e Figli, settembre 1922, 104 p., pp. 86-91 (cap. XXV)

Aristotele, *Metafisica*, trad. di Armando Carlini, “FILOSOFI ANTICHI E MEDIEVALI”, Bari, Gius. Laterza e Figli, aprile 1928, 490 p., pp. 108-119 (Libro IV, cap. 4, 1008b)

Aristotele, *Organon*, trad. di Marcello Zanatta, “CLASSICI DELLA FILOSOFIA”, Torino, Utet, 1996, 2vv., vol. 2, pp. 369-373 (Confutazioni sofistiche – cap. XXV)

Barrow, John D., *The Book of Nothing*, London, Jonathan Cape, 2000, 380 p.
Traduzione italiana di Tullio Cannillo, *DA ZERO A INFINITO (La grande storia del nulla)*, Milano, Mondadori, 2000, 244 p., pp. 94-97, 189-192, 305-309

Casti, John L. e DePauli, Werner, *Gödel A Life of Logic*, Cambridge, Perseus Publishing, 2000
Traduzione italiana di Marcello D'Agostino, *Gödel L'eccentrica vita di un genio*, “Scienza e idee”, Milano, Raffaello Cortina Editore, ottobre 2001, 180 p.

Diogene Laerzio, *Vite dei filosofi*, a cura di Marcello Gigante, “FILOSOFI ANTICHI E MEDIEVALI”, Roma-Bari, Editori Laterza, 1975, 638 p., pp. 84-87 (Libro 2, cap. 10), 372-377 (Libro 9, cap. 8)

Falletta, Nicholas, *The Paradoxicon*, Garden City (N.Y.), Doubleday, 1983
Traduzione italiana di Lucia e Massimo Parodi, *IL LIBRO DEI PARADOSSI. Una raccolta di contraddizioni appassionanti, rompicapi avvincenti e figure impossibili*, “IL CAMMEO”, Milano, Longanesi & C., 2002, 240 p.

Gaffo, Mauro (1998), "Che paradosso!", *Focus*, n. 73, novembre 1998, pp. 84-88

Gellio, Aulo, *Le notti attiche*, a cura di Giorgio Bernardi-Perini, "CLASSICI LATINI", Torino, Utet, 1992, 2vv., 1497p., pp. 494-497 (Libro 5, cap. X), pp. 1288-1293 (Libro 18, cap. II)

Guerriero, Gianbruno, "Kurt Gödel paradossi logici e verità matematica", I Grandi della Scienza (supplemento a Le Scienze), n. 19, febbraio 2001, 101 p.

Hofstadter, Douglas R., *Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*, s.l., Basic Books, Marzo 1979
Traduzione italiana di Giuseppe Trautteur et al., *Gödel, Escher, Bach : un'Eterna Ghirlanda Brillante. Una fuga metaforica su menti e macchine nello spirito di Lewis Carroll*, "Biblioteca Scientifica, 6", Milano, Adelphi, 1984, 852 p.

Lolli, Gabriele, *Il riso di Talete. Matematica e umorismo*, "Variantine", Torino, Bollati Boringhieri, 1998, 109 p., pp. 15, 86-90, 101-105

Nagel, Ernest e Newman, James R., *Gödel's Proof*, New York, New York University Press, 1958
Traduzione italiana di Luigi Bianchi, *La prova di Gödel*, "Biblioteca di cultura scientifica", Torino, Paolo Boringhieri, 1961, 104 p.

Odifreddi, Piergiorgio, *C'era una volta un paradosso. Storie di illusioni e verità rovesciate*, "GRANDI TASCABILI", Torino, Einaudi, 2001, 304 p.

Quintiliano, Marco Fabio, *Istituzione oratoria*, trad. di Orazio Frilli, "PROSATORI DI ROMA", Bologna, Nicola Zanichelli Editore, 1972-1974, 3vv., vol. 2, pp. 2-9 (Libro 3, Cap. 1, 10)

Solomon Feferman et al. (a cura di), *Kurt Gödel, Collected Works; Vol. 1, Publications 1929-1936*, Oxford University Press, New York, 1986

Traduzione italiana di E. Ballo, S. Bozzi, G. Lolli, C. Mangione, *Kurt Gödel, Opere, Volume 1, 1929-1936*, Torino, Bollati Boringhieri, 1999, 361 p.

Webgrafia

Consoli, Carlo , *“Teorema di Incompletezza di Godel”*

<<http://www.vialattea.net/esperti/mat/godel/>>

Odifreddi, Piergiorgio, *STORIA APOCRIFA DI UN MENTITORE,*

<<http://www.vialattea.net/odifreddi/paradossi/paradossi2.htm>>, Novembre 1995

Odifreddi, Piergiorgio, *METAMORFOSI DI UN TEOREMA,*

<<http://www.vialattea.net/odifreddi/godel.htm>>, Settembre 1994

Odifreddi, Piergiorgio, *“Commento di Odifreddi”*

<<http://www.vialattea.net/esperti/mat/godel/godel.html>>, 20.12.1999

Lucas, J. R., *A Simple exposition of Gödel's Theorem*

<<http://users.ox.ac.uk/~jrlucas/simplex.html>>, Ottobre 1997

Lucas, J. R., *Minds, Machines and Gödel*

<<http://users.ox.ac.uk/~jrlucas/mmg.html>>, 1961